XXI. Fiatal Műszakiak Tudományos Ülésszaka, 2016. Kolozsvár, 37–44. *DOI: 10.33895/mtk-2016.05.02*
http://hdl.handle.net/10598/29040

A KÍSÉRLETEK TERVEZÉSÉNEK MÓDSZEREI

METHOD OF EXPERIMENTAL DESIGN

M. Csizmadia Béla

Szent István Egyetem, Gépészmérnöki Kar, Mechanika Tanszék, 2100, Magyarország, Gödöllő, Páter Károly u. 1, Tel:+36-28-522-000/1423, csizmadia.bela@gek.szie.hu

Abstract

Experiments are needed for every research studies. However, they are missing or sometimes accuracy is not enough. In this work the necessity of experiments are shown. The most common mistakes of experiments and possibilities of avoiding them are also shown. The main question is not only the measurement method but can be the phenomenon described with an empirical function. A few methods are described for single and multi-variable case for modelling the phenomenon and checking the accuracy.

Keywords: *measurement, experiment, empirical function, deviation*

Összefoglalás

Minden kutatáshoz kísérleti vizsgálatok szükségesek. Ugyanakkor ezek egy része vagy elmarad, vagy esetenként hibákkal terhelt. A cikkben a szerző fel kívánja hívni a figyelmet kísérletek végzésének szükségességére, a leggyakrabban előforduló hibákra és ezek elkerülésére. Néhány módszert mutat be, amellyel egy és több változós esetben nem a mérést, hanem a jelenséget le lehet írni empirikus függvénnyel, ellenőrizni lehet annak helyességét. Mindezt előre tervezetten, a lehető legkevesebb munkával, azaz hatékonyan elvégezve.

Kulcsszavak: *mérés, kísérlet, empirikus függvény, hiba*

1. Bevezető gondolatok

A kutatási feladataink megoldásához valamilyen *modellt választunk*, amelyet analitikus, numerikus (pl. [3], [9)] vagy kísérleti módszerrel ([8]) oldunk meg. Annak eldöntése, hogy a választott modell a kívánt pontossággal leírja-e a kutatott jelenséget, csak valamilyen kísérleti vizsgálattal válaszolható meg. Ez elkerülhetetlen.

A kísérleti folyamatot pedig meg kell tervezni. Egy kísérlet megtervezésének és végrehajtásának folyamata igen összetett: a jelenséget leíró vizsgálati paraméter kijelölése; a vizsgálati paraméterekre hatással lévő legfontosabb jellemzők, az u.n. faktorok kiválasztása; a matematikai és kísérleti modellalkotás [6], modelltörvények meghatározása; kísérleti terv megalkotása; az eredmények használhatóságának megítélése; és a kísérlet értékelése. Ehhez tartozóan mindenekelőtt el kell döntenünk, hogy mit kezdünk a kísérleti eredménnyel. Vajon

1. egy új vagy speciális anyag anyagtörvényeit akarjuk meghatározni, vagy;
2. egy számítási modell helyességéről szeretnénk meggyőződni, vagy;
3. a modell alkalmazhatósági határait kell eldöntenünk.

Ez meghatározza a következő lépéseket, amelyek mindegyikét végig kell gondolnunk. El kell dönteni, mint írtuk, mit, minek a függvényében kívánunk mérni, azaz az elhanyagolandó hatásokat rögzíteni kell. *„Azon feltételek meghatározása, amelyek hatással vannak a kísérletre, nem triviális probléma. Éppen ellenkezőleg, a kutató művészete nagyrészt ebben áll”* írta Wigner 1949-ben [4]. Ebből következik, hogy a leendő eredményeink alkalmazhatósági határait is meg kell állapítani, bármilyen is az eredeti célunk. Ez nem csak egy szubjektív döntés eredménye, hanem a mérés és a modell pontosságának elemzését teszi szükségessé. A szubjektív döntés lehetséges és szükséges, azaz intuíció nélkül nehézkes dolgozni, de minden feltételezést igazolnunk vagy cáfolnunk kell. Ezeknek az *igazolásoknak a módszeréről beszélünk* majd a továbbiakban.

Ezt követően a vizsgálati cél által meghatározottan az eredmények szükséges pontosságáról kell döntenünk, és ehhez kell meghatároznunk a mérési és kiértékelési módszereket, valamint a számítások pontosságát. Ugyanakkor ezek teljesülését ellenőrizni kell. Végül a kísérleti tervet kell megalkotni. Vegyük sorba ezeket a kérdéseket!

A *mit, minek a függvényében* kérdéskörben a vizsgálati paramétert úgy kell megválasztani, hogy az mennyiségileg leírja a jelenséget és a kiválasztott változók egymástól függetlenek legyenek. Ugyanakkor célszerű, bár nem mindig megvalósítható, hogy ezek lehetőleg dimenzió nélküli mennyiségek legyenek. Ezzel elérhető, hogy az eredmények alkalmazhatósága szélesebb körű lesz, és a modelltörvények is meghatározhatókká válnak. A modelltörvények a modellalkotásnál felhasznált hasonlósági tényezők kapcsolatát adják meg és a kísérleti eredményeknek a valóságos jelenségre való átszámítását, teszik lehetővé. Ez elsősorban akkor szükséges, ha nem lineáris rendszerekről van szó. A modelltörvényekhez az egyenletanalízis, vagy a dimenzióanalízis segítségével juthatunk el.

A *kísérleti eredmények pontosságának* meghatározása döntő jelentőségű, és sajnos sok kutatásnál elmarad, így felhasználhatóságának határai, sőt egyáltalán a használhatósága is kérdésessé válhat. Ehhez kapcsolódik a keresett, a jelenséget leíró függvény jellegének meghatározása. Ezekről részletesebben szólunk. A hibák közül csak a véletlen hibákat vizsgáljuk, a függvényeket pedig csak akkor, ha annak jellege ismeretlen.

2. Modellalkotás

A bevezető gondolatok megmutatták, hogy a kutatás legfontosabb indító lépése a modellalkotás. Mivel a továbbiakban az ezzel kapcsolatos kérdésekre többször hivatkozunk, először röviden összefoglaljuk a modellalkotás alapelveit és az ebből következő mérnöki elveket.

I. alapelv: Sohasem szabad túlhangsúlyozni egy-egy vizsgálódásunknál az elmélet vagy a kísérlet szerepét. A kettőt együtt alkalmazva juthatunk kielégítő eredményre.

II. alapelv: A valóság részekre bontható és a részekről a nélkül is szerezhetünk ismereteket, hogy az egészet megvizsgálnánk.

1. mérnöki elv: A cél, és az így kialakított modell meghatározása után tisztázni kell, hogy mit minek a függvényében kívánunk elemezni.

III. alapelv: A természettörvények térben mindig állandóak, a mérnöki „törvények” mindig korlátozott érvényűek.

2. mérnöki elv: A modell és a kapott eredmények alapján meg kell határozni a modell alkalmazhatósági határait.

IV. alapelv: A modellt a vizsgálati cél is meghatározza.

V. alapelv: A megalkotott modelljeink elemzése, megoldása során kapott eredményeket mindig össze kell vetni a valósággal és a kitűzött céllal, és ezek alapján dönthető csak el, hogy helyes-e a megalkotott modell.

3. mérnöki elv: Az a jó modell, amely a lehető legegyszerűbb, de a célnak megfelelő pontossággal közelíti a valóságot.

A modellalkotás felsorolt elvei minden modellre érvényesek, az analitikus, a numerikus, a kísérleti, a matematikai modellekre egyaránt igazak.

Az összefoglalt elvek bemutatása után térjünk rá a kísérleti tervek néhány lehetséges módszerének bemutatására. Valamenynyi kutatás során a „mit minek a függvényében vizsgáljunk" kérdésére válaszolva *többváltozós* problémával találkozunk. A kísérleti vizsgálatoknál klasszikus módon azt az eljárást szokták követni, hogy egy változó hatását vizsgálják a jelenségre, míg a többit állandó értéken tartják. És ezt ismétlik minden változó esetén. Így egyváltozós feladatok sorává redukálják a kísérleti vizsgálatot. Ez egyrészt rendkívül sok mérést tesz szükségessé, másrészt sok információ-vesztéssel járhat, mivel az egyes változók kölcsönhatásairól (változók szorzataitól való függésről) nem kapunk információt. Egyrészt ezt gyakran alkalmazzák, másrészt pedig az itt bemutatott vizsgálati módszerek többváltozós esetben is alkalmazhatók, ezért vizsgáljuk először ezt az egyváltozós, illetve egyváltozóssá redukált esetet!

3. Egyváltozós kísérleti terv

3.1. A kísérleti beállítások meghatározása

A jelenséget leíró függvény olyan kell, legyen, hogy a kísérlet megismétlésekor is ugyanazt az eredményt kapják és az igényelt vizsgálati tartományban legyen érvényes. Ezt figyelembe véve határozzuk meg a kísérleti beállítások számát. Legyen az *y* a vizsgálati paraméter, az x_i a jelenséget meghatározó faktorok. Jelöljünk ki továbbá a jelenségnek az i. faktor függvényében való leírásához *N* kísérleti beállítást, azaz $y = y(x_{1o}, x_{2o},\ldots,x_{ij},\ldots x_{no})$ j = 1,2…,*N*. Mind az *N* kísérleti beállításnál *n* mérési ismétlést végezzünk. Határozzuk meg szokásos módon ([7], [10]) mind az *N* kísérleti beállításhoz az s_j^2 szórásnégyzeteket. Ezt követően vizsgáljuk meg az *N* kísérleti beállításhoz tartozó szórásnégyzetek azonosságát F-próbával, vagy $\chi 2$ próbával. Ez az azonosság azt jelenti, hogy ellenőrizzük, vajon *minden tapasztalati szórás ugyanazon elméleti szóráshoz tartozik-e*, ami azt mutatja meg, hogy ha minden esetben végtelen ismétlést végeztünk volna, pontosan, számszerűen egyező szórásokat kapnánk. Ha nem találunk egyezést, az azt mutatja, hogy valamilyen más hibaokozó hatás is fellépett valamelyik kísérleti beállításnál. Mi lehet ez a más hibaokozó, amikor nyilván azonos mérőműszerrel, azonos módszerrel végeztük el valamennyi méréssorozatot? Egy hibaokozó lehet csak ez, a jelenség változása! Ugyanis a kísérlet megtervezésekor eldöntöttük, hogy mit minek a függvényében mérjünk. Csakhogy a világ egy részét ragadtuk csak ki (III. alapelv), azokat a változókat, amelyek megítélésünk szerint meghatározzák a vizsgált jelenséget. A többit elhanyagoltuk, és ezek jelenléte, változása csak a mérés hibáját növelte. Ha ez a hibaokozó hatás valamelyik kísérleti beállításnál az előzőekhez képest megnő, akkor itt ezt a figyelembe nem vett faktort nem hanyagolhatjuk el. Azaz ilyen helyen már a jelenséget nem írhatjuk le az előzőekkel azonos módon. Ekkor fel kell kutatni, melyik ez a kísérleti beállítás és ezt vagy ki kell zárni a méréssorozatból, ezzel szűkítve a faktorteret, vagy a hibát növelő tényezőt is be kell venni a kísérleti vizsgálatba.

Mindezek után meghatározható az x_i teljes vizsgálati tartományára vonatkozó, hibát meghatározó s_y^2 szórásnégyzet, súlyozott átlagszámítással, valamint a méréssorozat hibáját a Student próba segítségével:

$$s_y^2 = \frac{\sum_{j=1}^{N} f_j s_j^2}{f_0}, \quad f_0 = \sum_{j=1}^{N} f_j, \quad \Delta y = t s_y,$$

ahol f_j az egyes kísérleti beállításokhoz tartozó szabadságfok (esetünkben n_j-1), ami különbözhet az egyes kísérleti beállításoknál, mivel pl. durva hiba miatt a méréssorozatból valamelyik eredményt ki kellett zárni. Ennek ismeretében dönthető el, hogy a kísérleti vizsgálataink az elvárt pontossággal írják-e le a jelenséget!

3.2. A jelenséget leíró függvény

Ezek után azzal kell foglalkoznunk, hogy az egyes kísérleti beállításoknál számítható várható értékekre milyen függvényt illesszünk. Természetesen, ha a jelenség ismert, azaz biztosan lehet tudni, hogy lineáris, vagy exponenciális, vagy valamilyen más ismert függvényt kell kapnunk, nincs probléma. Viszont nagyon sok esetben teljesen ismeretlen a függvény jellege. Ekkor az a szokásos gyakorlat, hogy pl. valamilyen hatványfüggvényt illesztenek a vizsgálatot végzők a pontsorra, és kiszámítják az R korrelációs együttható négyzetét, az R^2-et. Ha ez egy bizonyos érték felett van, elfogadják és közlik az eredményt. Mindez lehet egy *szükséges feltétel*, vagy egy görbe illesztés pontosságára vonatkozó információ, de egy sor kérdés merülhet még fel. Biztos, hogy valahányad fokú függvénnyel lehet leírni a jelenséget? És ha más kutató, azonos körülmények között megismétli az adott méréssorozatot, ugyanazt a függvényt fogja kapni? Ez a pontsorhoz illeszkedik adott, elfogadható, R^2 – tel jellemzett pontossággal, vagy a jelenséget írja le? Van-e az együtthatóknak fizikai tartalma? És így tovább!

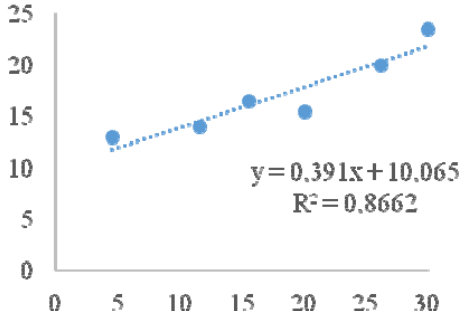
Ezekre a kérdésekre válaszként azt is elemeznünk kell, hogy milyen legyen az az f(x) függvény típus, amellyel megközelíthetjük a jelenséget. A választás helyességének ellenőrzéséhez meg kell határoznunk az illeszkedési szórásnégyzetet:

$$s_{ill}^2 = \frac{\sum_{j=1}^{N} \left[\overline{y_j} - y(x_{ij})\right]^2}{f_{ill}}.$$

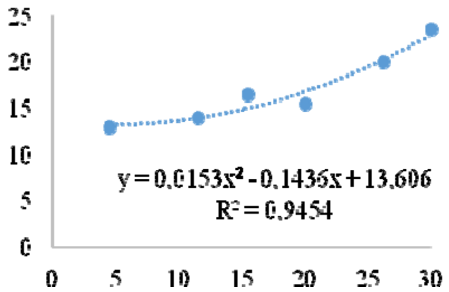
Ez azt mutatja meg, hogy az egyes kísérleti beállításokhoz tartozó mért középértékek milyen szórással illeszkednek az általunk kiválasztott, a jelenséget leíró f(x) függvényre. De hogyan válasszuk ki ezt a függvény típust, azaz a megfelelő matematikai modellt? Az a jó modell, amely a lehető legegyszerűbb és a kívánt pontossággal közelíti a valóságot. (3. mérnöki elv). Hogy mennyi a kívánt pontosság az a jelenségtől és a vizsgálati céltól függ. Hogy ezt menynyire tudom megvalósítani, azt a mérési sorozat s_y^2 szórása és az illeszkedési szórás határozza meg. A legegyszerűbb függvény pedig, a lineáris. Ezzel kezdve, a legkisebb négyzetek módszerével a kiválasztott függvény (most a lineáris) együtthatóinak meghatározása után, az illeszkedési szórásnégyzet is meghatározható. Akkor jó ez a modell, ha az illeszkedési szórásnégyzet és a mérési sorozat s_y^2 szórása azonos elméleti szóráshoz tartozik, amit F-próbával ellenőrizhetek

$$F = \frac{s_{ill}^2}{s_y^2} < F_{tábl}.$$

Ha ez nem következik be, akkor egy másik, a mérési pontsorra jobban illeszkedő függvényt kell választani egészen addig változtatva a függvény típusát, míg a szórási feltételeket teljesítő eredményt nem kapunk. Ezzel a jelenséget leíró függvény típusát és annak konkrét értékét is megkaptuk.



1 a. ábra. *Nagyobb mérési hiba (Δy=2,06)*



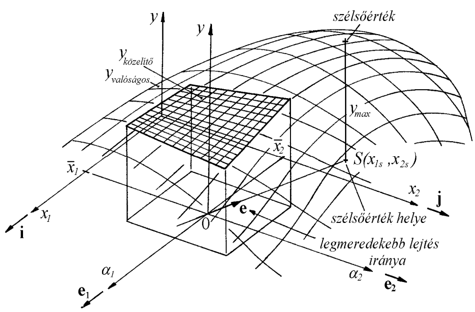
1 b. ábra. *Nagyobb mérési hiba (Δy=1,28)*

Az **1a. és 1b. ábrán**, példaként, mutatunk be két olyan esetet, amelyeknél a kísérleti beállításoknál a méréssel meghatározott várható értékek ugyan megegyeznek, de a szórások különbözőek. Ha csak a mérési pontokra való illeszkedés jóságát nézzük, másodfokú függvénnyel kell közelíteni. A nagyobb hibák miatti **1a. ábra** esetében azonban a lineáris függvény jobban közelíti a jelenséget.

4. Többváltozós kísérleti terv: faktoriális kísérlet

A kísérleti terv és annak értékelése több változó esetén még inkább összetett feladat. Egy közelítő, jelenséget leíró többváltozós empirikus függvényt akarunk meghatározni. A műszaki gyakorlatban ilyen, a kísérleti eredményekből többváltozós empirikus függvény felírására ritkán vállalkoznak a kutatók.

A módszer lényege, hogy itt, bizonyos rendszer szerint, több változót egyszerre változtatunk meg és így hozzuk létre a kísérleti beállításokat. Ez azt jelenti, hogy csupán a faktortér sarokpontjaiban jelöljük ki az *N* kísérleti beállítást. Ennek megfelelően két faktor esetében 2x2, három faktor esetén 2x2x2, *k* számú faktor esetén $N = 2^k$ kísérleti beállítás mellett végezzük a méréseket. Az itt kapott átlagértékekre a legkisebb négyzetek elve alapján *faktorokban lineáris*, azaz a legegyszerűbb, mégis magasabb fokú *függvényt* illesztünk. Vizsgáljuk a legegyszerűbb esetet. Az *y* vizsgálati paraméterrel jellemzett jelenség x_1, x_2 faktoroktól való függését. Ezt a jelenséget írja le a **2. ábra** vékony vonallal megrajzolt felülete. Természetesen ezt nem ismerjük, éppen ennek megközelítése a célunk.



2. ábra. *A vizsgált jelenség és közelítő függvénye a faktortérben*

Ekkor a faktorokban lineáris függvény:

$$y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_{12} x_1 x_2$$

amit az ábrán a vastag vonallal jelzett közelítő függvény mutat a kijelölt u.n. faktortérben, azaz a vizsgálati tartományban.

Amennyiben a x_1 és x_2 koordináta-rendszerben felírt függvényt transzformáljuk egy α_1, α_2 koordináta-rendszerbe (**3. és**

4. ábra) úgy, hogy a kapott függvény a teljes vizsgálati tartomány középpontjára vonatkoztatva szimmetrikus, normált és ortogonális legyen:

$$\sum_{j=1}^{N} \alpha_{kj} = 0 \qquad \sum_{j=1}^{N} \alpha_{kj}^2 = N$$

$$\sum_{j=1}^{N} \alpha_{kj} \alpha_{lj} = 0$$

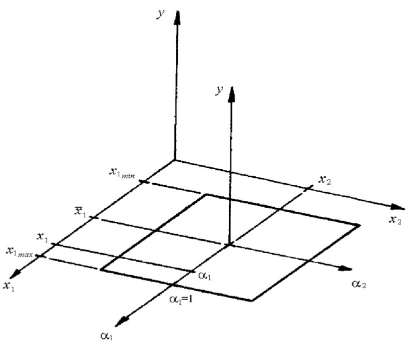
Ebben az esetben nagyon egyszerű eszközökkel meghatározhatók lesznek a matematikai modell együtthatói a legkisebb négyzetek elve alapján.

Ezt követően, az egyváltozós esetben leírt módszerekkel, a kísérleti beállításokban elvégzett méréssorozat elvégzését követően, ellenőrizzük a szórásnégyzetek egyezését F ill. χ^2 próbával, meghatározzuk a transzformált faktortérben értelmezett közelítő függvény s_y^2 szórásnégyzetből meghatározható hibahatárát, valamennyi együttható létezésének szükségességét és a modell helyességét, amit az illeszkedési szórásnégyzet számításával tudunk megválaszolni:

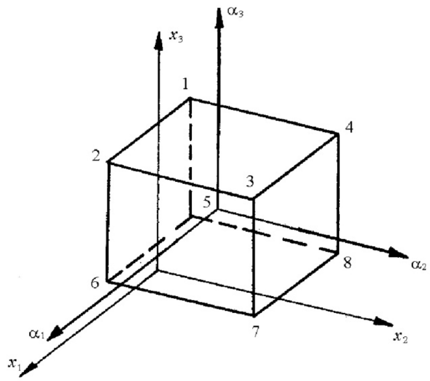
$$s_{ill}^2 = \frac{1}{f_{ill}} \sum_{j=1}^{N} \left[\overline{y}_j - \left(b_0 + b_1 \alpha_{1j} + b_2 \alpha_{2j} + b_{12} \alpha_{1j} \alpha_{2j} \right) \right]^2$$

ahol f_{ill} az illeszkedési szórásnégyzethez tartozó szabadságfok:

$$f_{ill} = N - (k+1).$$



3 ábra. *A faktortér transzformációja kétváltozós esetben*



4 ábra. *A faktortér transzformációja három változós esetben*

Amennyiben jó volt az intuíciónk, azaz jól választottuk meg a faktorokat, jól vettük fel a faktor teret, és alkalmas a faktorokban lineáris modell a jelenség leírására, akkor az illeszkedési szórásnégyzet és a jelenség szórásnégyzetének egyezése az eddigi feltevéseinket igazolták. Jó tehát a jelenséget közelítő függvény. És ha a korábban számított $\Delta y = ts_y$ hibahatár is megfelelő a jelenség leírásához, a feladatot megoldottuk. Ha azt kapjuk, hogy a szórásnégyzetek azonossága nem áll fenn, akkor több lehetőségünk van a konkrét problémától függően. Vagy szűkítjük a faktorteret, vagy két részre bontjuk azt, vagy magasabb fokszámú matematikai modellt alkalmazunk, hasonló feltételek teljesedésével.

A módszer alkalmas egy lehetséges szélsőérték irányának a megkeresésére is (**2. ábrán** az **e** egységvektor) és további néhány, jól megtervezett kísérleti beállításnál elvégzett méréssel a szélsőérték megtalálható [2]. Mindez úgy, hogy faktorokban lineáris függvénnyel közelítettük a jelenséget.

5. Faktorválasztás, sokváltozós kísérleti terv: részleges faktoriális kísérlet

Amennyiben a jelenség vizsgálata, a megérzéseink, a szakirodalom, a korábbi tapasztalatok alapján nem tudjuk már az elején eldönteni, hogy melyek legyenek a döntő jelentőségű jellemzők, amelyek a meghatározzák a jelenséget, akkor jobban tesszük, ha számításba vesszük az esetleg később elhanyagolható faktorokat is. Természetesen így egy sokdimenziós faktortérhez jutunk, és nagyon sok (esetlegesen feleslegesen sok) kísérleti beállításban kell méréssorozatot végeznünk. Ez sok munkával járna. És mivel a mérnök annyira lusta ember, hogy mindig azon gondolkodik, hogyan lehetne a feladatot egyszerűbben megoldani (de mindig megoldja), más megoldáshoz kell folyamodnunk. Abból indulhatunk ki, hogy célszerű az egyszerű értékelés és a faktorokban lineáris empirikus függvény felírásának lehetősége érdekében az előzőekben bemutatott módszert követni. Ekkor azonban a sok faktor miatt sok, nagy valószínűséggel felesleges kölcsönhatást is számításba veszünk. Ezekről már a matematikai modell felírásakor lehet véleményünk. Ezen kölcsönhatások helyett új faktorokat vezethetünk be, azaz az u. n. részleges faktoriális kísérleti tervet [2] alkalmazhatjuk. Ez azzal az előnnyel jár, hogy az így kialakított kísérleti terv, hibás feltételezések esetén javítható úgy, hogy a kijelölt kísérleti beállításoknál elvégzett méréssorozatok továbbra is felhasználhatók maradnak. Másképp fogalmazva úgy tervezhetjük meg a kísérletet, hogy ha a szükségesen létező feltételezéseinkről kiderül, hogy hibásak, nem, vagy alig veszítünk méréseket, nem kell dupla vagy, az esetleges újrakezdések miatt, sokszoros munkát végeznünk. A részleges faktoriális kísérleti módszert itt nem mutatjuk be, mert igen összetett gondolkodásmódot követel és igazán csak példákon keresztül érthető meg.

Itt és most csak azt kívántuk felvillantani, hogy van olyan módszer is, olyan kísérleti terv, amely alkalmazásával rengeteg munkát megtakaríthatunk.

6. Összefoglalás

Egy kutatómunka végzéséhez az alkotó emberben meglévő javító szándék mellett konkrét ötletek, feltételezések, hipotézisek kellenek a vizsgált tématerületen [1]. A kutatás során ezeket a hipotéziseket kell igazolni, cáfolni, vagy újabb hipotéziseket felállítani.

A kutatási feladat megoldásához egy gondolkodásmódot kell elsajátítani, amelynek lényege a jó kérdésfeltétel és a kapott válaszokban való kételkedés, hogy a célnak megfelelően megközelíthessük a valóságot. Jó modellt találjunk és azt a lehető legpontosabban megoldunk.

Hiszen a kutatásunk megvalósítása során kérdéseket teszünk fel a természetnek és várjuk a választ. Ha rossz a kérdésfeltétel természetesen a választ sem arra kapjuk, amire várjuk. Ha jó kérdést teszünk fel, természetes módon remélünk is egy választ és szeretnénk, ha a természet adta válasz egyezne a hipotéziseinkkel. Ezért a félremagyarázás lehetőségének a csapdájába eshetünk. Tehát minden válaszban kételkednünk kell, ellenőriznünk kell a használhatóságát az adott kérdésre, és ha többszörösen ellenőriztük, csak akkor fogadjuk el igaznak.

Összefoglalva az elmondottakat a jó kérdésfeltétel és a válaszokban való megfelelő szintű kételkedés egy módszere a következő lépéseket kell, tartalmazza.

1. A kísérlet céljának egyértelmű, szabatos megfogalmazása:

– a probléma műszakilag korrekt célkitűzésének megfogalmazása, a kísérleti modell megalkotása;
– a kísérleti célkitűzés megfogalmazása

2. A vizsgálati paraméter meghatározása - dimenzió nélküli formában való megfogalmazás lehetőségének elemzése:
- kísérleti vagy komplex megoldást alkalmazunk;
- dimenzió nélküli formában való megfogalmazás lehetőségének elemzése;
- a vizsgálati paraméter közvetlenül mérhető, vagy ha nem, számítási módja a mért paraméterből.

3. A faktorok megválasztása:
- a jelenség fizikai elemzése, irodalmi adatok tanulmányozása;
- egyenlet- vagy dimenzióanalízis;
- a 2.2. pontban felsorolt feltételek teljesedése;
- hibaelemzés (mi okozhat a mérésnél hibát).

4. A faktortér meghatározása:

5. A matematikai modell megválasztása (lineáris, faktorokban lineáris, négyzetes, stb.), lehetséges faktorkölcsönhatások elemzése.

6. A kísérleti terv elkészítése
- egy kísérleti beállításhoz tartozó ismételt mérések számának meghatározása;
- előjelmátrix létrehozása, együtthatók számításának módszere;
- ellenőrzés a nullpontban.

7. A mérések végrehajtása
- a kísérleti beállítások sorrendjének meghatározása (véletlenszerűség);
- az alkalmazott mérőműszerek és módszerek kiválasztása.

8. Az eredmények használhatóságának elemzése

9. Hibás feltételezések esetén szükségessé váló javítások, korrekciók, további előre megtervezett mérések elvégzése.

10. Következtetések levonása.

Szakirodalmi hivatkozások

[1] Einstein: *Hogyan látom a világot?* Gladiátor Kiadó 1997. (Eredeti cím: Mein Weltbild, Amsterdam, 1934)

[2] Ádler-Markova-Granovszkij: *Kísérletek tervezése optimális feltételek meghatározására*, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1977.

[3] Páczelt István: *Végeselem-módszer új lehetőségei*, Géptervezők IX. Országos szemináriuma, Miskolc, 1993. szept. 30-okt. 1.

[4] Wigner Jenő: *Szimmetriák és reflexiók*. Válogatott tanulmányok. Gondolat 1972. Budapest, Invariancia a fizikai elméletben; Albert Einstein tiszteletére 1949. márc. 19-én Princetonban tartott ünnepélyen elhangzott előadás.

[5] *Akadémiai kislexikon*, Akadémia Kiadó, Budapest, 1989.

[6] Szűcs Ervin: *Hasonlóság és modell*, Műszaki könyvkiadó, Budapest 1972.

[7] Medgyessi-Takács: *Valószínűségszámítás, Műszaki matematikai gyakorlatok* (Szerk. Fazekas F.) C. V. kötete, Tankönyvkiadó, Budapest, 1957.

[8] Csizmadia-Koppány: *Mérés és modellezés*, főiskolai jegyzet, Tankönyvkiadó, Budapest, 1981.

[9] Kovács-Moharos-Oldal-Szekrényes: *Végeselem-módszer*, Typotex, Budapest, 2011.

[10] Obádovics J. Gy.: *Valószínűségszámítás és matematikai statisztika*, Scolars Kiadó, Budapest, 2003.